1 Odvození Phillipsovy křivky

Phillipsova křivka odvozená podle G. Calva (1983). Na trhu panuje monopolistická konkurence, firmy tedy vyrábějí heterogenní produkci a mohou ovlivnit cenu svého výrobku. Rozhodnutí individuální firmy o nastvení ceny je odvozeno z optimalizačního problému. Firmy však upravují ceny zřídka, pokud má firma příležitost ke změně, vybere si cenu maximalizující zisk s podmínkou omezení frekvence budoucích cenových úprav. Předpokládá se, že v každé dané periodě má firma danou pravděpodobnost ω, že musí zachovat cenu z této periody, a tedy pravděpodobnost $(1-\omega)$, že ji může upravit, kde $\omega \in (0,1)$. Tato pravděpodobnost je nezávislá na čase, který uplynul od poslední změny ceny. Protože možnosti úprav se objevují náhodně, interval mezi změnami cen pro individuální firmu bude náhodná proměnná. Průměrný čas, po který je cena fixní, je $1/(1-\omega)$, např. pro $\omega = 0,75$ jsou ceny fixní průměrně rok.

Tato formulace tedy zachycuje podstatu nastavení cen a usnadňuje agregaci tím, že vytváří nastavení cenových úprav firem nezávislé na jejich historii.

Předpokládá se, že reprezentativní firma i nastavuje cenu tak, aby minimalizovala kvadratickou ztrátovou funkci, která závisí na rozdílu mezi skutečnou cenou firmy v čase t (p_{it}) a optimální cenou (p_t^*). Cena p_t^* je pro firmu cenou maximalizující zisk při nepřítomnosti jakýchkoli restrikcí či nákladů spojených s úpravou ceny. Kdyby firma mohla v čase t upravit cenu, nastavila by ji tak, aby minimalizovala výraz:

$$E_t \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j (p_{it+j} - p_{t+j}^*)^2$$

za podmínky omezení možnosti budoucích cenových úprav, kde $\beta \in (0,1)$ je diskontní faktor. Rozepíšou-li se členy zahrnující cenu nastavenou v čase t, dostaneme:

$$(p_{it} - p_t^*)^2 + \omega\beta E_t(p_{it} - p_{t+1}^*)^2 + \omega^2\beta^2 E_t(p_{it} - p_{t+2}^*)^2 + \dots$$

neboli

$$\sum_{j=0}^{\infty} \omega^j \beta^j E_t(p_{it} - p_{t+j}^*)^2,$$

protože ω je pravděpodobnost, že firma nemůže upravit cenu, takže cena stanovená v čase t platí i v čase $t+1$. Tedy podmínka prvního řádu pro optimální volbu ceny p_{it} vyžaduje, aby platilo:

$$p_{it}\sum_{j=0}^{\infty}\omega^j\beta^j-\sum_{j=0}^{\infty}\omega^j\beta^jE_tp^*_{t+j}=0$$

Protože parametry ω i β jsou kladná čísla mezi nulou a jedničkou, lze řadu za koeficientem p_{it}, tj. $\sum\limits_{j=0}^{\infty}\omega^j\beta^j$, sečíst a její součet je roven $\frac{1}{1-\omega\beta}$.

Po přeskupení členů a při označení c_t ceny nastavené v čase t všemi firmami, které nastavují cenu, lze psát

$$c_t=(1-\omega\beta)\sum_{j=0}^{\infty}\omega^j\beta^jE_tp^*_{t+j} \tag{1}$$

Cena nastavená firmou v čase t je váženým průměrem současné cílové ceny a očekávaných budoucích hodnot cílové ceny. Je-li ω malá, střední doba mezi úpravami cen je krátká. V tomto případě je budoucím cílovým cenám přidělena menší váha.

Rovnici (1) lze přepsat jako [1]

$$c_t=(1-\omega\beta)p^*_t+\omega\beta E_tc_{t+1} \tag{2}$$

Protože pravděpodobnost, že firma může upravit v období cenu je $(1-\omega)$, agregátní cenová hladina odráží, že část firem $(1-\omega)$ měla možnost nastavit optimální cenu a ze zbývající část ω drží starou cenu $p_t=(1-\omega)c_t+\omega p_{t-1}$.

$$p_t=(1-\omega)c_t+\omega p_{t-1} \tag{3}$$

Rovnici (3) posuneme o krok dopředu a aplikujeme střední hodnotu. Výsledkem je vztah $E_tp_{t+1}=(1-\omega)E_tc_{t+1}+\omega p_t$, který vyřešíme pro E_tc_{t+1}

$$E_tc_{t+1}=\frac{E_tp_{t+1}-\omega p_t}{(1-\omega)}$$

[1] Rovnici (1) posuneme o jednoho období dopředu a spočítáme očekávanou (střední) hodnotu

$$E_tc_{t+1}=(1-\omega\beta)\sum_{j=0}^{\infty}\omega^j\beta^jE_tp^*_{t+1+j}.$$

Pokud tuto rovnici vynásobíme výrazem $\omega\beta$

$$\omega\beta E_tc_{t+1}-\omega\beta(1-\omega\beta)\sum_{j=0}^{\infty}\omega^j\beta^jE_tp^*_{t+1+j}=0$$

a přičteme k rovnici (1) dostaneme po úpavách rekurzivní formulaci uvedenou v textu.

a vložíme do rovnice (2)

$$c_t = (1-\omega\beta)p_t^* + \omega\beta\frac{E_t p_{t+1} - \omega p_t}{(1-\omega)} \tag{4}$$

a poté do rovnice (3)

$$p_t = (1-\omega)(1-\omega\beta)p_t^* + \omega\beta E_t p_{t+1} - \omega^2\beta p_t + \omega p_{t-1} \tag{5}$$

V podmínkách monopolistické konkurence je optimální cena (při absenci rigidit) nastavena jako přirážka (mark-up) k mezním nákladům.

$$P_t^* = \frac{\epsilon}{1-\epsilon}MC_t,$$

kde ϵ je elasticita substituce mezi různými výrobky. Po zlogaritmování dostanme

$$p_t^* = \mu + mc_t,$$

kde $\mu = \ln\frac{\epsilon}{1-\epsilon}$ a $mc_t = \ln MC_t$. Pro mezní náklady (v logaritmech) platí, že jsou rovny součtu reálných mezních nákladů a ceny, $mc_t = rmc_t + p_t$. Dostáváme tedy vztah

$$p_t^* = \mu + p_t + rmc_t \tag{6}$$

Rovnici (6) vložíme do rovnice (5) a po roznásobení a úpravách dostaneme

$$p_t - p_{t-1} = \beta(E_t p_{t+1} - p_t) + \frac{(1-\omega)(1-\omega\beta)}{\omega}(rmc_t + \mu)$$

S využitím vztahu pro inflaci $\pi_t = p_t - p_{t-1}$ dostaneme

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa\ rmc_t + \nu \tag{7}$$

kde $\kappa = \frac{(1-\omega)(1-\omega\beta)}{\omega}$ a $\nu = \frac{(1-\omega)(1-\omega\beta)}{\omega}\mu$

Pokud předpokládáme, že v steady statu je $\pi_t^{ss} = 0$, můžeme přepsat rovnici (7) jako

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa\ r\hat{m}c_t \tag{8}$$

kde $r\hat{m}c_t$ je odchylka reálných mezních nákladů od steady statu. Ve standardním modelu je mezera výstupu $\hat{y}_t$ rovna mezeře reálných mezních nákladů $r\hat{m}c_t$. Dále je běžné přidat časově proměnný nákladový šok (cost-push shock) nebo šok v firemní pozici na trhu (mark-up shock). Dostáváme tak „New Keynesian Phillips curve“

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa\,\hat{y}_t + u_t \tag{9}$$

kde u_t je šok.

Vlastnosti PC:

- Pro současnou hodnotu inflace mají velký význam očekávání budoucí inflace

- Sklon Phillipsovy křivky závisí na míře cenové rigidity. Sklon κ klesá s ω. PC má menší sklon při vyšší praděpodobnosti, že firmy nemohou změnit cenu.

- Rovnici (9) můžeme iterovat dopředu a dostaneme

$$\pi_t = \kappa E_t \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j \hat{y}_{t+j} \tag{10}$$

  Současná inflace je tak funkcí budoucích (diskontovaných) ekonomických podmínek. Proměnná $\hat{y}_{t+j}$ zachycuje pohyby v mezních nákladech spojené s kolísáním přebytečné poptávky.

- Existuje zde persistence v cenové hladině, ale nikoliv v inflaci. To je bývá v rozporu s daty.

  Pro zvýšení schopnosti zachytit chování v datech je proto často přidáván člen zahrnující minulou inflaci, který může být behaviorálně vysvětlen jako indexace cen k minulé inflaci

$$\pi_t = \rho\pi_{t-1} + (1-\rho)\beta E_t\pi_{t+1} + \kappa\ \hat{y}_t + u_t \tag{11}$$