Stochastický dynamický popis ekonomických vztahů

Rozklad (logaritmu) reálného HDP na trend a cyklickou odchylku a jednoduchý model jejich vývoje:

$$y_t = \bar{y}_t + \hat{y}_t$$

$$\bar{y}_t = \bar{y}_{t-1} + \omega_t \qquad \text{(R.W.)}$$

$$\hat{y}_t = \alpha \hat{y}_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (\text{AR1, } \alpha \in (0,1))$$

kde $\boldsymbol{y_t}$ je logaritmus celkového reálného výstupu, $\bar{\boldsymbol{y}}_t$ je trendová složka (rovnovážný, potenciální výstup) a $\hat{\boldsymbol{y}}_t$ je cyklická složka (mezera výstupu, hospodářský cyklus). ω_t a ε_t jsou náhodné šoky. Toto je příklad tzv. *stochastického dynamického* (dále je 'SD') popisu ekonomických veličin. Ke stochastickému dynamickému popisu se váží dvě úvodní poznámky.

1) Jedná se pouze o popis – našli jsme pouze vhodný statistický popis vývoje dané veličiny bez jakékoliv přímé vazby na ekonomickou teorii. Z tohoto popisu samotného vůbec nevyplývá, jaké ekonomické mechanizmy zaručují návrat skutečného HDP ke svému trendu (neboli konvergenci cyklické odchylky k nule), jaké ekonomické jevy ovlivňují hodnotu autoregresního parametru α nebo způsobují, že vývoj trendového HDP lze popsat jako náhodnou procházku.

   Popisná analýza (v tomto případě např. rozklad skutečně pozorovaného HDP na výše uvedené složky – úloha z oblastí filtrace – a odhad parametru α a šoků ε_t a ω_t) je tudíž pouhým pomocným nástrojem. Makroekonomická analýza nemůže zůstat pouze u tohoto popisu, ale musí také podat vysvětlení nebo odvození, proč jsme vybrali ten který stochastický dynamický popis a jaká je jeho vazba na ekonomickou teorii. Této části analýzy se potom říká behaviorální (staví vysvětlení vývoje ekonomických veličin na předpokladech o chování – anglicky behavior - ekonomických agentů). V našem případě by to například mj. znamenalo ukázat, co je určující pro velikost parametru α. Příklad 1 na konci přednášky ilustruje vztah popisné a behaviorální analýzy na tzv. Okunově zákonu.

2) SD popis má v principu dva základní prvky, které můžeme ukázat na příkladu cyklické odchylky HDP („gapu“)

   $$\hat{y}_t = \alpha \hat{y}_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (1) \qquad \text{(AR1)}$$

   - *systematický mechanizmus*, který způsobuje, že vliv šoků přetrvává i do dalších období (má dynamický charakter) a zároveň např. zaručí návrat cyklické odchylky k nule. V našem případě je systematickým mechanizmem autoregresní část v rovnici (1),

     $$\hat{y}_t = \alpha \hat{y}_{t-1} \qquad \text{(AR1 část)}$$

   - vliv *náhodných šoků*, což je v tomto případě jednoduše ε_t.

Je však nutné mít na paměti, že většinou existuje více (nekonečně mnoho) ekvivalentních SD popisů, takže dělení na systematický mechanizmus a vliv náhodného šoků je pak spíše záležitostí ekonomické teorie, která stoji za tímto popisem. Lze jednoduše ověřit, že k popisu (1) je ekvivalentní např.

$$\hat{y}_t = \alpha^2 \hat{y}_{t-2} + \varepsilon_t + \alpha\varepsilon_{t-1} \qquad \text{(ARMA)}$$

Příklad 2 na konci přednášky ukazuje, jak lze použít dělení na systematický mechanizmus a náhodné šoky při interpretaci výsledků popisné analýzy.

Popisná analýza založená na SD popisu vývoje ekonomických veličin (časových řad) je tak nezbytným nikoli však postačujícím prvkem makroekonomické analýzy a její základy budou tvořit první část tohoto kursu. Obsahem bude:

1. příprava časových řad pro popisnou analýzu (základní transformace časových řad),
2. úvod do filtrace časových řad,
3. úvod do korelační analýzy časových řad (která je společným základem např. také pro ekonometrii a teorii časových řad).

Behaviorální analýza, tj. hledání ekonomických základů, které stojí za výsledky popisné analýzy, bude následovat ve druhé (pravděpodobně delší) části semestru.

Příklad 1 – Vztah popisné a behaviorální analýzy (Okunův zákon)

Okunovým zákonem se původně označoval empiricky pozorovaný vztah mezi změnou míry nezaměstnanosti na jedné straně a cyklickou (procentní) odchylkou reálného HDP na druhé straně, který bychom mohli v nejjednodušší loglineární formě zapsat jako

$$u_t - u_{t-1} = -\beta\left(y_t - \bar{y}_t\right) = \beta\hat{y}_t \qquad (2)$$

kde β se udávalo mezi ¼ a ½ v závislosti na zkoumaném časovém období.

Postupně získal tento vztah v souladu s ekonomickou teorií povahu stochastické závislosti mezi cyklickou odchylkou HDP a odchylkou míry nezaměstnanosti od přirozené míry nezaměstnanosti (nazývané též např. NAIRU non-accelerating-inflation rate of unemployment), který z důvodu přehlednosti při dalším odvozování napíšeme opačně (s odchylkou HDP na levé straně)

$$\hat{y}_t = -\gamma\hat{u}_t + \eta_t \qquad (3)$$

kde samozřejmě γ je v tuto chvíli pouze popisný parametr (který můžeme např. ekonometricky odhadnout, ale u kterého zatím neznáme jeho ekonomický původ), $\hat{u}_t = u_t - \bar{u}_t$, a η_t je náhodný šok, jehož zdroj bude zřejmý při behaviorálním odvození.

Behaviorální vysvětlení existence takové vazby mezi cyklickým kolísáním v HDP a zaměstnanosti (resp. nezaměstnanosti) je velmi jednoduché. Předpokládáme-li, že HDP je vyráběno technologií, kterou zjednodušeně popíšeme dvoufaktorovou (kapitál K_t, práce L_t) produkční funkcí s technologickým pokrokem A_t,

$$Y_t = F\left(A_t, K_t, L_t\right) \qquad (4)$$

můžeme předpokládat, že cyklické výkyvy HDP kolem trendových hodnot budou spojeny s pohyby pouze jednoho výrobního faktoru – práce, neboť akumulace kapitálu a vývoj technologií je determinován spíše dlouhodobými mechanismy, nemá cyklickou povahu a na kapitál a úroveň technologického pokroku se můžeme dívat jako na krátkodobě fixní výrobní faktory.

Vztah (3) potom můžeme získat ve dvou krocích:

1. nejdříve nalezneme log-lineární aproximaci vztahu mezi cyklickou odchylkou HDP a cyklickou odchylkou množství zaměstnaných,
2. poté nalezneme lineární aproximaci vztahu mezi cyklickou odchylkou množství zaměstnaných a mírou nezaměstnanosti.

Pro větší názornost použijeme Coby-Douglasův analytický tvar produkční funkce (výsledné závěry ovšem nejsou na tomto předpokladu nijak kriticky závislé),

$$Y_t = A_t K_t^{1-\lambda} L_t^{\lambda} e^{\eta_t}$$

kde $\lambda \in (0,1)$ je parametr udávající pracovní náročnost výroby, η_t je *procentní* dočasný šok v produkční technologii (bílí šum s nulovou střední hodnotou). Bude-li při absenci těchto dočasných šoků ekonomika na své trendové trajektorii, bude samozřejmě platit

$$\overline{Y}_t = \overline{A}_t \overline{K}_t^{1-\lambda} \overline{L}_t^{\lambda}$$

Zafixujeme-li v souladu s tím, co jsme uvedli výše, pro dané období A_t a K_t na trendových hodnotách (neboli nepřipustíme možnost cyklického kolísaní v těchto dvou veličinách), můžeme psát

$$\overline{Y}_t(1+\hat{y}_t) = \overline{A}_t \overline{K}_t^{1-\lambda} \left[\overline{L}_t (1+\hat{l}_t)\right]^{\lambda} e^{\eta_t} \qquad (5)$$

kde jsme rozepsali Y_t a L_t pomocí jejich trendových hodnot $\overline{Y}_t$, $\overline{L}_t$ a cyklických procentních odchylek od trendu $\hat{y}_t$, $\hat{l}_t$. Použitím (5) však jednoduše dostaneme

$$(1+\hat{y}_t) = (1+\hat{l}_t)^{\lambda} e^{\eta_t} .$$

Zlogaritmováním a použitím aproximace $\log(1+x) \approx x$ pro x blízká nule – v praxi řekneme pro $x \in (-0.15, 0.15)$ tj. pro procentní odchylky plus mínus 15%, získáme

$$\hat{y}_t = \lambda \hat{l}_t + \eta_t \qquad (6)$$

Nyní stačí najít aproximaci vztahu mezi $\hat{l}_t$ a $\hat{u}_t$. K tomu použijeme definice

$$l_t = \frac{L_t - \overline{L}_t}{\overline{L}_t} .$$

Označíme-li $F_t = L_t + U_t$ celkovou pracovní silu (tj. množství zaměstnané práce L_t plus množství nezaměstnané práce U_t) a budeme-li předpokládat, že U_t tvoří procentně malou část F_t (tj. opět řekneme do 15%), můžeme psát

$$\hat{l}_t = \frac{L_t - \overline{L}_t}{\overline{L}_t} \approx \frac{L_t - \overline{L}_t}{F_t} = \frac{(L_t - F_t) - (\overline{L}_t - F_t)}{F_t} = \frac{(-U_t) - (-\overline{U}_t)}{F_t} = -(u_t - \overline{u}_t) = -\hat{u}_t \qquad (7)$$

kde $u_t = U_t / F_t$ je samozřejmě definice míry nezaměstnanosti. Po dosazení do (6) máme

$$\hat{y}_t = -\lambda \hat{u}_t + \eta_t \qquad (8)$$

tj. vztah, ve kterém má jak parametr λ tak šok η_t behaviorální ekonomickou interpretaci. Z ekonomické teorie vyplývá, že λ by měla ležet v intervalu $(0,1)$.

Regresní (ekonometrický) odhad rovnice (8) na skutečných datech a diskuse výsledků bude součástí cvičení.

Příklad 2 – Interpretace popisné analýzy

Budeme předpokládat, že vývoj cyklické odchylky HDP lze popsat autoregresním procesem tak, jako v předchozí přednášce

$$\hat{y}_t = \alpha \hat{y}_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (9)$$

a že parametr α, který můžeme ekonometricky odhadnout, lze z ekonomické teorie vysvětlit jako zjednodušeně řečeno míru setrvačnosti nebo strnulosti ekonomiky (danou setrvačnými zvyky ve spotřebě, náklady na změnu množství zaměstnaných výrobních faktorů apod.).
Bude nás zajímat míra celkové variability cyklické odchylky HDP, tj. její rozptyl – čím větší rozptyl, tím větší budou typické odchylky HDP od trendu. Intuitivně je zřejmé, že typická průměrná odchylka bude větší čím větší bude rozptyl náhodných šoků ε_t a čím větší bude setrvačnost-strnulost α. Formálně lze tuto úvahu kvantifikovat následujícím způsobem.

Výpočet celkového rozptylu $\hat{y}_t$ lze ukázat dvěma způsoby:

1. Iterujeme-li rovnici (9) do nekonečné minulosti, získáme výraz pro současnou hodnotu $\hat{y}_t$ jako součtu současného a všech minulých šoků,
$$\hat{y}_t = \varepsilon_t + \alpha\varepsilon_{t-1} + \alpha^2\varepsilon_{t-2} + \alpha^3\varepsilon_{t-3} + \cdots$$
Známe-li rozptyl šoků, $\operatorname{var}\varepsilon$, můžeme jednoduše vypočítat
$$\operatorname{var}\hat{y} = \operatorname{var}\varepsilon + \alpha^2 \operatorname{var}\varepsilon + \alpha^4 \operatorname{var}\varepsilon + \cdots$$
připomínáme, že $\operatorname{var}(\alpha\varepsilon) = \alpha^2 \operatorname{var}\varepsilon$ a tedy
$$\operatorname{var}\hat{y} = \frac{1}{1-\alpha^2}\operatorname{var}\varepsilon$$
2. Hledáme neznámý rozptyl veličiny $\hat{y}_t$, tj. $\operatorname{var}\hat{y}$, který zůstává stejný pro jakýkoliv čas *t*. Vezmeme-li rozptyl levé i pravé strany rovnice (9), musí tudíž platit
$$\operatorname{var}\hat{y} = \alpha^2 \operatorname{var}\hat{y} + \operatorname{var}\varepsilon$$
Jednoduchou algebraickou úpravou dostaneme stejný výsledek jako v prvním odvození.

Známe-li odhad parametru α a odhad šoků a tudíž i jejich rozptylu $\operatorname{var}\varepsilon$, můžeme celkový rozptyl cyklické odchylky HDP rozepsat na příspěvek ze strany variability náhodných šoků postihujících HDP ($\operatorname{var}\varepsilon$) a příspěvek setrvačnosti-strnulosti ($1/1-\alpha^2$).

Příklady s odhady na skutečných datech budou opět obsahem cvičení.