Model investic

Předpoklady

Rozšíříme předpoklady modelu spotřeby:

- Zachováme pro jednoduchost jeden druh statku, který bude ale možno použít nejen na spotřební, ale i investiční účely.
- Existují firmy, což bude synonymum pro investice. Investice znamenají rozšíření kapitálu; investice v období *t* zvýší kapitálové vybavení v příštím roce, tj.
$$K_t = K_{t-1}(1-\delta)+I_t$$
kde δ je míra znehodnocení kapitálu (národohospodářské odpisy). Toto znehodnocení však zanedbáme.
- Ve zjednodušeném modelu se dvěma obdobími budeme předpokládat $K_1 = 0$, pokud není uvedeno jinak.
- Je k dispozici daná technologie (produkční funkce) F, která při dané výši kapitálu K_t a daném množství zaměstnané pracovní síly L_t je schopna vyprodukovat v období *t* statky v hodnotě $F(K_t, L_t)$.
- Budeme předpokládat, že množství zaměstnané pracovní síly je konstantní $\overline{L}$, takže produkční funkci budeme zapisovat pouze jako $F(K_t)$.
- U dané technologie budeme předpokládat obvyklý zákon klesajícího mezního produktu, tj. přírůstky produkce jsou s každou další investovanou jednotkou kladné, nicméně klesající – produkční funkce splňuje podmínky
$$\frac{\partial F(K_t)}{\partial K_t} > 0 \ , \quad \frac{\partial^2 F(K_t)}{\partial K_t \partial K_t} < 0$$
kde výraz $\frac{\partial F(K_t)}{\partial K_t}$ je mezní produkt kapitálu (MPK). Produkční funkce $F(K_t)$ je za těchto předpokladů konkávní (viz grafy dále).

Produktivní technologie

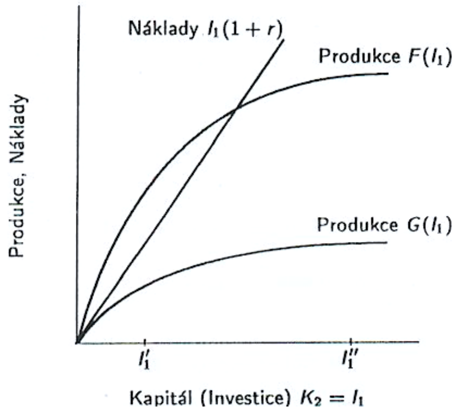
Domácnosti jako vlastníci firem mohou část svého příjmu z prvního období uspořit a použít jako investici, nebo si půjčit (ekonomika jako celek si půjčuje ze zahraničí) tj. při $K_1 = 0$
$$K_2 = I_1$$
Výnosem investice jsou statky vyprodukované danou technologií F ve druhém období, tj. $F(K_2)$; abychom zachovali co nejmenší počet používaných veličin, budeme místo toho psát ekvivalentně $F(I_1)$. Na náklad investice se můžeme dívat ze dvou různých úhlů pohledu:

- Jako na skutečné náklady – v prvním období si soukromý sektor na investici půjčí (ekonomika jako celek si půjčuje ze zahraničí za danou reálnou úrokovou míru *r*) a ve druhém období musí dluh splatit.
- Jako na alternativní náklady (náklady příležitosti) – ekonomika použije na investice část vlastních úspor, který jinak mohla půjčit do zahraničí.

V každém případě činí náklady ve druhém období $I_1(1+r)$. Hodnota investice (alternativně „hodnota firmy“) ve druhém období je tudíž rovna $V = F(I_t) - I_1(1+r)$.

Jako produktivní označíme takovou investici, která má při dané technologii F a dané reálné úrokové míře r kladnou hodnotu, $F(I_t) > I_1(1+r)$. Graficky je hodnota investice (hodnota firmy) zachycena na obr.1.

Obr.1 – Produktivní a neproduktivní investice



Při technologii F a reálné úrokové míře r bude investice ve výši I_1' produktivní, zatímco I_1'' neproduktivní, při technologii G nebude produktivní žádná investice (musely by klesnout náklady, tj. reálná úroková míra).

Rozpočtové omezení

Rozpočtové omezení celé ekonomiky (domácnosti i firmy) lze opět odvodit z dostupné spotřeby ve druhém období:

$$C_2 = (Y_1 - C_1 - I_1)(1+r) + Y_2 + F(I_1)$$

Po úpravách dostaneme

$$C_1 + \frac{C_2}{1+r} = Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} + \frac{F(I_1)}{1+r} - I_1$$

Výraz na pravé straně nám udává současnou hodnotu celkového bohatství (neboli diskontované bohatství) soukromého sektoru s investicemi

$$Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} + \frac{F(I_1)}{1+r} - I_1 = \Omega$$

Od bohatství soukromého sektoru bez investic se liší právě o hodnotu investice převedenou (diskontovanou) na současnou hodnotu (do prvního období) – označíme Π

$$\Pi = \frac{F(I_1)}{1+r} - I_1$$

Optimální kapitálová zásoba (optimální investice)

Firmy se samozřejmě snaží maximalizovat svoji hodnotu (hodnotu investice), tj. řeší problém

$$\max_{I_1} \Pi$$

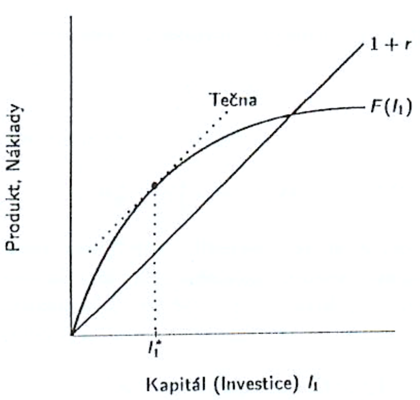
Je zřejmé, že při daném Y_1 a Y_2 znamená maximalizace hodnoty investice současně i maximalizaci bohatství soukromého sektoru Ω.

První derivaci Π podle I_1 položíme rovnu nule $\quad \dfrac{\partial \Pi}{\partial I_1} = \dfrac{1}{1+r}\dfrac{\partial F(I_1)}{\partial I_1} - 1 = 0$

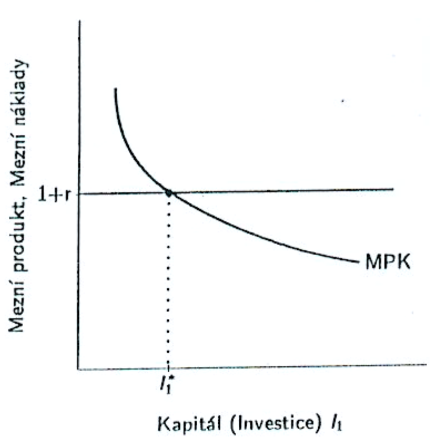
$$\text{neboli} \qquad \frac{\partial F(I_1)}{\partial I_1} = MPK = 1 + r$$

Levá strana je rovna meznímu produktu kapitálu, pravá strana je rovna meznímu nákladu na investici; firma optimalizuje svoje chování tím, že investuje tolik, až se obě mezní veličiny rovnají – je dobré připomenout, že předpokládáme klesající mezní výnosy investice a že graficky znamená první derivace nějaké funkce sklon její tečny v daném bodě. K vyrovnání mezního produktu a mezních nákladů investice tedy dochází tam, kde je sklon tečny k $F(I_1)$ stejný jako sklon přímky $1 + r$. Graficky je vše shrnuto na obr.2a a 2b.

Obr.2a – Optimální investice



Obr.2b – Optimální investice



Investiční funkce

Výše optimální kapitálové zásoby K_2^*(optimální investice I_1^*) je závislá na technologii (na meznímu produktu produkční funkce MPK) a na reálné úrokové míře *r*. Jestliže se v průběhu času zlepší technologie, tj. při daném kapitálu jsme schopni vyrobit větší množství produktu než dříve a současně se tím zvýší MPK , je zřejmé, že vzroste i optimální úroveň kapitálu.

Předpokládejme, že firma již měla v prvním období nějaký kapitál K_1. Investice I_1 a tedy zvýšení množství kapitálu pro druhé období na $K_2 = K_1 + I_1$ může mít dva důvody:

1. pro danou technologii a danou a danou reálnou úrokovou míru nebyla z nějakého důvodu současná kapitálová zásoba K_1 optimální $(K_1 < K^*)$,
2. ve druhém období došlo ke zlepšení technologie a nová optimální úroveň kapitálu K_2^*je vyšší než původní K_1^*.

V obou případech bude optimální úroveň K_2^* a tedy i velikost investice I_1 záviset na *r*: čím nižší *r*, tím nižší *MPK* a díky zákonu klesajícího mezního produktu tím vyšší bude K_2^*a i I_1 .

Investiční funkci pro první období proto můžeme zapsat jako

$$I_1 = I(r), \qquad \frac{\partial\ I(r)}{\partial r} < 0$$

Podobný princip je základem pro jinou formulaci investiční funkce – princip akcelerátoru. Firma si optimální kapitálovou zásobu vybírá podle toho, jakou očekává poptávku po své produkci.

Předpokládejme, že celková poptávka po produkci činila v prvním období D_1 a existující kapitálová zásoba K_1 byla přesně taková, že vyrobené (nabízené) množství odpovídalo poptávanému množství

$$F\left(K_1^*\right) = D_1, \quad \text{neboli} \quad K_1^* = F^{-1}\left(D_1\right)$$

Pro druhé období očekávají firmy růst poptávky na D_2^e, které by odpovídala úroveň K_2^* taková, že

$$K_2^* = F^{-1}\left(D_2^e\right)$$

Budou tedy investovat (zvyšovat kapitál) I_1 tak, aby

$$K_2^* = K_1^* + I_1$$

což znamená

$$I_1 = K_2^* - K_1^* = F^{-1}\left(D_2^e\right) - F^{-1}\left(D_1\right)$$

V empirických studií se ukazuje, že dostačující aproximací je investiční funkce lineární pro procentní přírůstky, tj. Lineární pro logaritmy veličin

$$\log I_1 = \alpha\left(\log D_2^e - \log D_1\right)$$

a parametr α se nazývá akcelerátor.

Oba dva popsané přístupy se většinou shrnují do celkové investiční funkce

$$\log I_1 = I\left(r, \Delta^e \log D\right)$$

kde $$\Delta^e \log D = \log D_2^e - \log D_1$$

a $$\frac{\partial I(\cdot)}{\partial r} < 0 \qquad \frac{\partial I(\cdot)}{\partial \Delta^e \log D} > 0$$

Zápis $\Delta^e \log D$ znamená očekávaný procentní růst (nebo s mínusem pokles) poptávky po produkci.