Všeobecná rovnováha 1 –Statistický pohled

Předpoklady

Úspory (resp.spotřeba) a investice (resp.kapitál), kterými jsme se zabývali v minulých lekcích, jsou spolu s technologickým pokrokem hlavními determinanty dlouhodobého vývoje ekonomiky – ekonomického růstu. Jako úvod k teorii ekonomického růstu se budeme nejdříve zabývat tím, jak vypadá ekonomická rovnováha v jednotlivých izolovaných časových okamžicích (budeme hledat statické, tj.fixní rovnovážné hodnoty veličin) a teprve potom budem zkoumat dlouhodobý rovnovážný ekonomický růst (budeme hledat rovnovážná tempa růstu jednotlivých veličin). Pod pojmem rovnováha (ať už statická rovnováha nebo rovnovážný růst) budeme rozumět stav, kdy neexistuje důvod ke změně.

Opět poněkud rozšíříme předpoklady:

- V produkční funkci už budeme počítat i s množstvím zaměstnané práce L. Odměna výrobnímu faktoru práce bude reálná mzda w.
- Kromě kapitálu a práce bude v obecném případe vstupovat do produkční funkce i úroveň technologického pokroku A. Zvyšující se technologický pokrok bude mít za následek zvyšující se produktivitu výrobních faktorů (viz dále).
- Množství zaměstnané práce bude demograficky dáno na úrovni $\overline{L}$ (zatím nebudeme uvažovat o krátkodobých fluktuacích v zaměstnanosti), reálná úroková míra bude dán okolním světem na úrovni $\overline{r}$. I přesto, že bereme tyto dvě veličiny jako dané, má smysl se samozřejmě zabývat tím, jak se změní ekonomická rovnováha, jestliže se změní $\overline{L}$ nebo $\overline{r}$ .Veličiny, které jsou dané, tedy jejichž hodnota není určena modelem, který sestavujeme, ale naopak vstupují zvenku do modelu, nazýváme **exogenní** veličiny.
- Zavedeme reálnější předpoklad existence trhu s kapitálem – firmy zde mohou prodávat a nakupovat již existující kapitál. To má zásadní vliv na vyjádření nákladů na kapitál. V dosavadním modelu dvou období to znamená, že firma může v prvním období investovat a vytvořit tak pro druhé období kapitál ve výši $K_2 = I_1$, vyprodukovat $F(I_1)$, zaplatit náklady $I_1\,(1 + r)$ a odprodat svůj kapitál na trhu, tzn. získat za něj zpět reálný příjem ve výši hodnoty tohoto kapitálu (při zanedbání jeho znehodnocení) I_1 . Ve druhém období bude mít firma (investice) hodnotu

  $$V = F(I_1) - I_1(1 + r) + I_1 = F(I_1) - I_1\, r$$

  V porovnání se zjednodušeným modelem investic jsou náklady na kapitál rovny pouze $I_1\, r$ ($= K_2 r$) namísto původních $I_1(1 + r)$ ($= K_2(1 + r)$).

Několik nutných matematických definic a vět (velice zjednodušeno)

Vše je ukázáno pro funkci dvou proměnných, ale platí to samozřejmě analogicky pro funkce jedné i více než dvou proměnných.

Totální diferenciál funkce $f(x,z)$ vyjadřuje, jak se změní hodnota funkce, jestliže změníme x o jisté malé Δx a y o jisté malé Δy

$$\Delta f = \frac{\partial f}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial f}{\partial y}\Delta y$$

Lineární homogenní funkce je taková $f(x,z)$, pro niž platí

$$f(c\cdot x, c\cdot y) = c\cdot f(x,y) \qquad \forall\, x\,,\ y\,,\ c$$

Eulerova věta. Pro spojitě diferencovatelné lineárně homogenní funkce $f(x,z)$ platí v každém bodě x, y

$$f(x,y) = x\cdot\frac{\partial f}{\partial x} + y\cdot\frac{\partial f}{\partial y}$$

Vlastnosti produkční funkce

Celá ekonomika se skládá z mnoha firem, z nichž každá zaměstnává určité množství práce a určité množství kapitálu. Produkční funkce ekonomiky jako celku (na kterou se můžeme dívat také jako na produkční funkci jedné reprezentativní firmy) shrneme jako (nebudeme psát časové indexy, neboť je jedná o statický pohled)

$$Y = F(K,L)$$

O produkční funkci budeme předpokládat stejné vlastnosti jako v kapitole o investicích plus některé další.

- Kladný, ale klesající mezní produkt kapitálu (práce), tj.

$$MPK = \frac{\partial F}{\partial K} > 0\,, \qquad \frac{\partial MPK}{\partial K} = \frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0$$

resp.

$$MPL = \frac{\partial F}{\partial L} > 0\,, \qquad \frac{\partial MPK}{\partial L} = \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0$$

- Budeme-li zvyšovat množství práce, bude mezní produkt kapitálu růst (neboli zvyšujeme-li množství zaměstnaných lidí, roste efektivita využití stávajícího kapitálu) a naopak

$$\frac{\partial MPK}{\partial L} = \frac{\partial^2 F}{\partial K \partial L} > 0$$

Je třeba mít na paměti, že MPK , resp. MPL jsou sami o sobě funkce K a L, budeme tedy psát $MPK(K, L)$, resp. $MPL\ (K, L)$.

- Produkční funkce je lineárně homogenní, tj. má konstantní výnosy z rozsahu (zvýšíme-li současně k-krát množství práce i množství kapitálu, zvýší se nám k-násobně také produkt

$$Y(c\cdot K, c\cdot L) = c\cdot Y(K,L)$$

Bylo by třeba vysvětlit po stránce ekonomické intuice, proč mají být výnosy z rozsahu konstantní, a ne klesající nebo rostoucí. Ve skutečnosti však existuje pouze akceptovatelné vysvětlení, proč výnosy z rozsahu nejsou klesající; uspokojivé vysvětlení, proč nemohou být rostoucí, neexistuje, na druhou stranu produkční funkce s konstantními výnosy má jednu pohodlnou vlastnost (viz dále), která zjednodušuje úvahy.

Výnosy z rozsahu nemohou být klesající díky tzv. **replikačnímu** principu. Máme-li dán kapitál (továrny, stroje) a množství práce, můžeme vyráběné množství vždy nejméně zdvojnásobit tím, že hned vedle postavíme repliku – přesně stejnou továrnu (stroje) s přesně stejným počtem zaměstnanců. Výnosy z rozsahu tedy nemohou být klesající, pokud se chováme racionálně, tak mohu vždy dosáhnout alespoň konstantních výnosů.

Simultánní podmínky rovnováhy

Celá ekonomika se skládá z mnoha firem, které můžeme nahradit jednou reprezentativní firmou. Ta řeší problém maximalizace (reálné) ziskové funkce

$$\Pi = Y - Kr - Lw = F(K,L) - Kr - Lw$$

Firma bude najímat takové množství výrobních faktorů (práce a kapitálu), které splňuje optimalizační podmínky prvního řádu

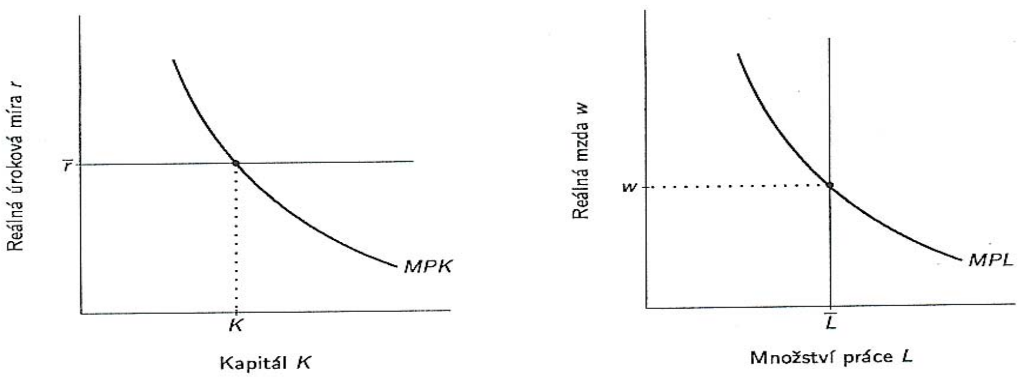
$$\frac{\partial \Pi}{\partial K} = \frac{\partial F}{\partial K} - r = 0$$
$$\frac{\partial \Pi}{\partial L} = \frac{\partial F}{\partial L} - w = 0$$

Díky tomu, že v naší ekonomice máme dánu reálnou úrokovou míru $\bar{r}$ a množství práce $\bar{L}$, dostáváme soustavu dvou rovnic o dvou neznámých K a w

$$MPK(K,\bar{L}) = \bar{r}\,, \qquad MPL(K,\bar{L}) = w \qquad (1)$$

Jejím řešením dostaneme popis stavu (tj. hodnoty K,r,L,w) simultánní (všeobecné) ekonomické rovnováhy; jako vedlejší produkt potom můžeme určit i rovnovážnou úroveň produkce $Y = F(K, \bar{L})$. Graficky je rovnováha na obr.1.

Obr.1 – Všeobecná rovnováha



Soustava (1) nám spolu s předpokladem konstantních výnosů z rozsahu (neboli lineární homogenity funkce F) zaručuje splnění důležité podmínky :

Vyjádříme-li celkové reálné platby výrobním faktorům, tj. :

$$Kr + Lw = K\frac{\partial F}{\partial K} + L\frac{\partial F}{\partial L}$$

jsou tedy podle Eulerovy věty přesně rovny celkové produkci $Y = F(K, L)$, tj. celý produkt je přesně rozdělen na platby jednotlivým výrobním faktorům, tj. předpokládáme nulový zisk (nulové ekonomické zisky, tj. zisky po odečtení nákladů obětované příležitosti), což je standardní makroekonomický předpoklad pro modely všeobecné rovnováhy.

Komparativní statika

Komparativní statika je jednoduchý způsob analýzy, kdy porovnáváme výsledný rovnovážný stav pro dvě různé zadané sady exogenních proměnných, aniž bychom se přitom zajímali o to, jak vypadá přechod z jednoho stavu do druhého.

Provedeme jednoduchou komparativní statiku pro zvýšení reálné úrokové míry, tj. porovnáváme rovnováhu při $\bar{r}$, $\bar{L}$ vůči rovnováze při $\bar{r}' = \bar{r} + \Delta r$, $\bar{L}$.

Analytické řešení :
Zajímá nás, jaká bude výsledná změna ΔK a Δw, tj. jaké budou nové rovnovážné hodnoty $K' = K + \Delta K$ a $w' = w + \Delta w$, jestliže zvýšíme $\bar{r}$ o kladné Δr ($\bar{L}$ zůstává stejné).

K tomu vyjádříme nejdříve totální diferenciál první rovnice soustavy (1) (připomínáme, že MPK, resp. MPL jsou funkce K a L)

$$\frac{\partial MPK}{\partial K}\Delta K + \frac{\partial MPK}{\partial L}\Delta\bar{L} = \Delta\bar{r}$$

Protože $\Delta \bar{L} = 0$, můžeme psát

$$\Delta K = \frac{\Delta\bar{r}}{\frac{\partial MPK}{\partial K}}$$

Vzhledem k předpokladu klesajícího mezního produktu (tj. $\frac{\partial MPK}{\partial K} < 0$) vidím, že $\Delta K < 0$, tj. při zvýšení reálné úrokové míry bude nová rovnovážná úroveň kapitálu K' menší než původní K.

Ze druhé rovnice soustavy (1) vyjádříme změnu rovnovážné reálné mzdy

$$\frac{\partial MPL}{\partial K}\Delta K + \frac{\partial MPL}{\partial L}\Delta\bar{L} = \Delta w$$

neboli opět pro $\Delta \bar{L} = 0$ a již známou hodnotu ΔK

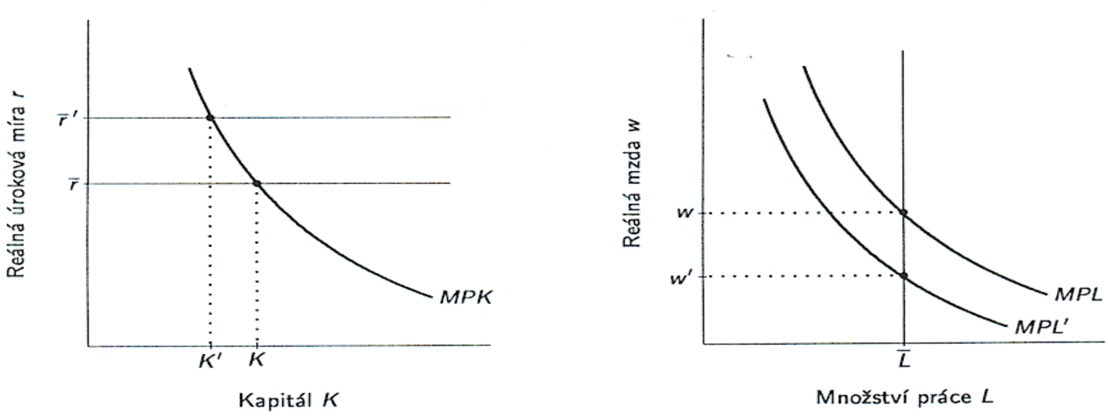
$$\frac{\frac{\partial MPL}{\partial K}}{\frac{\partial MPK}{\partial K}}\Delta\bar{r} = \Delta w$$

Vzhledem k předpokladu $\frac{\partial MPL}{\partial K} > 0$ dostáváme $\Delta\, w < 0$, nová rovnovážná mzda w' bude tedy nižší než původní w.

Výsledný rovnovážný produkt $Y' = F(K', \bar{L})$ bude samozřejmě při nižší úrovni kapitálu a stejném množství práce nižší než původní $Y = F(K, L)$.

Graficky je komparativní statika shrnuta na obr.2 :
zvýšení $\bar{r} \rightarrow \bar{r}'$ vede ke snížení kapitálu, to však zároveň podle přirozených předpokladů o produkční funkci vyvolává snížení mezního produktu práce, tedy posun křivky *MPL* doleva dolů, a nová rovnovážná úroveň mzdy w' bude nižší.

Obr.2 – Komparativní statika ($\Delta \bar{r}$)



Technologický pokrok

Do produkční funkce zavedeme další veličinu, technologická úroveň (technologický pokrok) A. Nová produkční funkce bude mít tvar

$$Y = \Phi(A, K, L) = A \cdot F(K, L)$$

kde $F(K,L)$ je původní produkční funkce s původními vlastnostmi.

Vyjádříme-li mezní produkt kapitálu a mezní produkt práce této nové produkční funkce, dostáváme

$$\frac{\partial \Phi}{\partial K} = A \cdot MPK, \qquad \frac{\partial \Phi}{\partial L} = A \cdot MPL$$

kde *MPK* a *MPL* jsou mezní produkty původní produkční funkce *F*.

Je vidět, že přirozeně s rostoucí technologickou úrovní (tedy s rostoucím A) bude mezní produkt kapitálu i práce růst.

Nové podmínky všeobecné rovnováhy lze vyjádřit přímo jako

$$A \cdot MPK(K, \bar{L}) = \bar{r}, \quad A \cdot MPL(K, \bar{L}) = w \qquad (2)$$

provedem jednoduchou komparativní statiku pro zvýšení technologické úrovně a kladné $\Delta\, A$, neboli $A \rightarrow A' + \Delta\, A$.

Vyjádříme totální diferenciál první rovnice soustavy (2) – na její levou stranu se nyní musíme dívat jako na složenou funkci tří proměnných $A \cdot MPK(K, L)$, tedy

$$MPK \cdot \Delta A + A\frac{\partial MPK}{\partial K}\Delta K + A\frac{\partial MPL}{\partial L}\Delta \bar{L} = \Delta \bar{r}$$

Avšak při $\Delta \bar{r} = \Delta \bar{L} = 0$ dostáváme

$$\Delta K = -MPK \frac{1}{\frac{\partial MPK}{\partial K}} \Delta A$$

Protože MPK je vždy kladné a $\frac{\partial MPK}{\partial K}$ je záporné, bude výsledné $\Delta K > 0$, tedy přirozeně úroveň kapitálu při zvýšení technologické úrovně vzroste, $K' > K$.

Obdobně vyjádříme změnu rovnovážné reálné mzdy

$$MPL \cdot \Delta A + A\frac{\partial MPL}{\partial K}\Delta K + A\frac{\partial MPL}{\partial L}\Delta \bar{L} = \Delta w$$

opět $\Delta \bar{L} = 0$ a zbývající členy na levé straně jsou vždy kladné, proto také $\Delta w > 0$,neboli $w' > w$.

Graficky je tato komparativní statika zachycena na obr.3.:
Technologický pokrok zvýší MPK, posune tuto křivku doprava nahoru, čímž dojde ke zvýšení K na K′. Křivka MPL se posune doprava nahoru v důsledku dvou vlivů : jednak opět kvůli zvyšování technologického pokroku, ale současně také kvůli zvýšené úrovni kapitálu K′. Výsledkem bude vyšší reálna mzda.

Obr.3 – Komparativní statika (ΔA)